Apellidos y nombre

Temas 1 y 3: Números reales y Álgebra. MAT I 1 C

Cada ejercicio puntúa igual.

1. Resuelve el sistema aplicando el método de Gauss: $\left.\begin{array}{r} x-2y+3z=2 \\ -x+y-z=-2 \\ 3x-4y-z=0 \end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{r} x-2y+3z=2 \\ -x+y-z=-2 \\ 3x-4y-z=0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} x-2y+3z=2 \\ -y+2z=0 \\ y-5z=-3 \end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{r} x-2y+3z=2 \\ -y+2z=0 \\ -3z=-3 \end{array}$$

$$\boxed{z=1;\ y=2;\ x=3}$$

1^a+2^a: $\begin{array}{r} x-2y+3z=2 \\ -x+y-z=-2 \\ \hline -y+2z=0 \end{array}$

$(-3)\cdot 1^a+3^a$: $\begin{array}{r} -3x+6y-9z=-6 \\ 3x-4y-z=0 \\ \hline 2y-10z=-6 \\ y-5z=-3 \end{array}$

2^a+3^a: $\begin{array}{r} -y+2z=0 \\ y-5z=-3 \\ \hline -3z=-3 \end{array}$

2. Resolver la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{x-2}-\frac{x+1}{x+3}=\frac{11}{12}$$

$$\frac{12\cdot x(x+3)}{12(x-2)(x+3)}-\frac{12(x-2)(x+1)}{12(x-2)(x+3)}=\frac{11(x-2)(x+3)}{12(x-2)(x+3)}$$

$$12(x^2+3x)-12(x^2-x-2)=11(x^2+x-6)$$

$$12x^2+36x-12x^2+12x+24=11x^2+11x-66$$

$$12x^2-12x^2-11x^2+36x+12x-11x+24+66=0$$

$$-11x^2+37x+90=0 \longrightarrow \boxed{x=\frac{-18}{11}} \quad \boxed{x=5}$$

3. Calcula la incógnita aplicando las propiedades de los logaritmos:

$a)\log 2^x = 10; b)\log_2 \dfrac{x}{8} = 5; c)\log \sqrt[n]{100} = 3; d)\log_3 \dfrac{1}{x} = -2$

a) $x \log 2 = 10$; $x = \dfrac{10}{\log 2} = \boxed{33'2}$

b) $\log_2 x - \log_2 8 = 5$; $\log_2 x - 3 = 5$; $\log_2 x = 8$;

$x = 2^8 = \boxed{256}$

c) $\log \sqrt[n]{100} = 3$; $\dfrac{\log 100}{n} = 3$; $\dfrac{2}{n} = 3$;

d) $\dfrac{1}{x} = 3^{-2}$; $\dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{9}$; $\boxed{x = 9}$

4. Obtén las soluciones del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} y^2 - x^2 &= -3 \\ xy &= -2 \end{aligned}\right\}$$

$x = \dfrac{-2}{y}$; $y^2 - \left(\dfrac{-2}{y}\right)^2 = -3$; $y^2 - \dfrac{4}{y^2} = -3$

$y^4 - 4 = -3y^2$; $y^4 + 3y^2 - 4 = 0$; $z = y^2$

$z = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \dfrac{-3 \pm 5}{2} = \begin{cases} 1 ; z = 1 ; y^2 = 1 ; y = \boxed{+1}, \boxed{-1} \\ -4 ; z = -4 ; y^2 = -4 ; \nexists \end{cases}$

$y = 1$; $x = \dfrac{-2}{y} = -2$; $\boxed{x = -2 ; y = 1}$

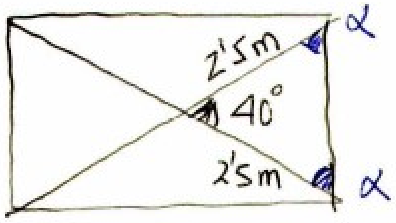
$y = -1$; $x = \dfrac{-2}{-1} = 2$ $\boxed{x = 2 ; y = -1}$

Apellidos y nombre

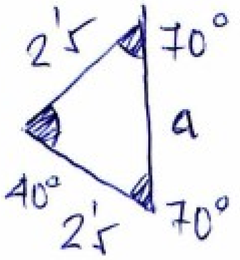
Tema 4 y 5: Resolución de triángulos, fórmulas y ecuaciones trigonométricas. MAT I 1 C

Cada ejercicio puntúa igual.

1. Las diagonales de un rectángulo forman un ángulo de 40º y miden 5m. ¿Cuánto valen los lados del rectángulo?

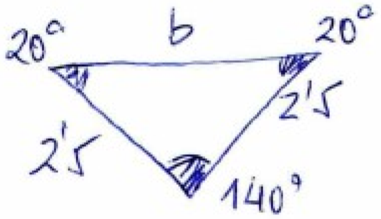


$$180-40 = 2\cdot\alpha \; ; \; 140 = 2\cdot\alpha ; \; \alpha = \frac{140}{2} = 70^\circ$$



$$\frac{a}{\text{sen}\,40} = \frac{2'5}{\text{sen}\,70^\circ} \; ;$$

$$a = \frac{2'5\cdot\text{sen}\,40^\circ}{\text{sen}\,70^\circ} = \boxed{1'71\text{ m}}$$



$$\frac{b}{\text{sen}\,140^\circ} = \frac{2'5}{\text{sen}\,20^\circ}$$

$$b = \frac{2'5\cdot\text{sen}\,140^\circ}{\text{sen}\,20^\circ} = \boxed{4'70\text{ m}}$$

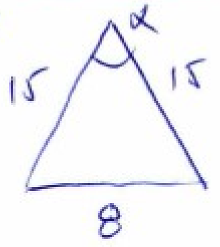
Apellidos y nombre

2. a) Despeja cos A en la fórmula siguiente: $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$

b) Las puntas de un compás abierto distan 8 cm y cada rama mide 15 cm. ¿Qué ángulo forman las ramas en este momento?

a) $\boxed{\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}$

b)



$$\cos \alpha = \frac{15^2 + 15^2 - 8^2}{2 \cdot 15 \cdot 15} = \frac{225 + 225 - 64}{450} =$$

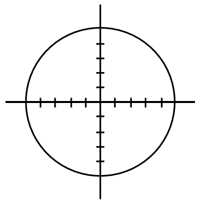
$$= \frac{450 - 64}{450} = 0'858$$

$$\alpha = \cos^{-1} 0'858 = \boxed{30'93^\circ}$$

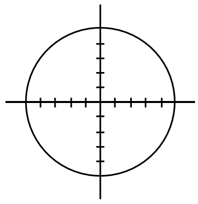
Apellidos y nombre

3. Resolver las ecuaciones y dibujar los ángulos de las respectivas soluciones:

a) $\cos 2x + \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$

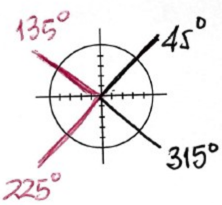


b) $3\tan^2 x - 1 = 0$



Resolver las ecuaciones y dibujar los ángulos de las respectivas soluciones:

a) $\cos 2x + \sin^2 x - \frac{1}{2} = 0$



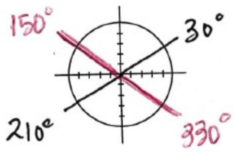
$\cos^2 x - \text{sen}^2 x + \text{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$

$\cos^2 x = \frac{1}{2}$; $\cos x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = \cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} \boxed{45° + k.360°} \\ \boxed{315° + k.360°} \end{cases}$

$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \begin{cases} \boxed{135° + k.360°} \\ \boxed{225° + k.360°} \end{cases}$

b) $3\tan^2 x - 1 = 0$



$\text{tg}^2 x = \frac{1}{3}$

$\text{tg}\, x = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\text{tg}\, x = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $x = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \begin{cases} \boxed{30° + k.360°} \\ \boxed{210° + k.360°} \end{cases}$

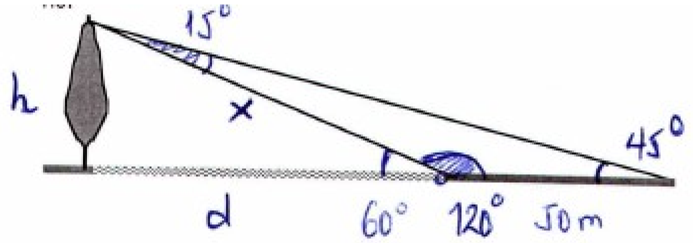
$\text{tg}\, x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$; $x = \text{tg}^{-1}\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right) = \begin{cases} \boxed{150° + k.360°} \\ \boxed{330° + k.360°} \end{cases}$

Apellidos y nombre

4. La copa de un árbol que está justo en el borde de una orilla se divisa desde el borde de la otra orilla bajo un ángulo de 60º. Al alejarnos 50 m dicho ángulo se reduce a 45º. Completa el dibujo según los datos.

a) ¿Cuál es la altura del árbol?

b) ¿Cuál es la anchura del río?



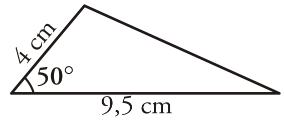
$$\frac{x}{\text{sen}45} = \frac{50}{\text{sen}15^\circ} \; ; \; x = \frac{50 \cdot \text{sen}45}{\text{sen}15} = 136'60 \text{ m}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{d}{x} \; ; \; d = 136'60 \cdot \cos 60^\circ = \boxed{68'30 \text{ m}}$$

$$\text{sen}\, 60^\circ = \frac{h}{x} \; ; \; h = 136'60 \cdot \text{sen}\, 60^\circ = \boxed{118'30 \text{ m}}$$

Apellidos y nombre

5. a) Resuelve este triángulo, es decir, halla sus lados y sus ángulos.
b) Determinar su superficie.



SOL:

a) Hallamos el lado c con el teorema del coseno:

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$

$c^2 = 9{,}5^2 + 4^2 - 2\cdot 9{,}5\cdot 4\cdot \cos 50^\circ$

$c^2 = 90{,}25 + 16 - 48{,}85$

$c^2 = 57{,}4 \quad \rightarrow \quad c = 7{,}58 \text{ cm}$

Como conocemos los tres lados, la solución es única.

Hallamos el ángulo $\hat{A}$:

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} \quad \rightarrow \quad \frac{9{,}5}{sen\,\hat{A}} = \frac{7{,}58}{sen\,50^\circ} \quad \rightarrow \quad sen\,\hat{A} = \frac{9{,}5\,sen\,50^\circ}{7{,}58}$$

$sen\hat{A} = 0{,}96;\ \hat{A} = 106'14^o$

$\hat{B} = 180 - 106'14^o - 50^o = 23{,}86^o$

Por tanto:

$a = 9{,}5cm;\ \hat{A} = 106'14^o$

$b = 4cm;\ \hat{B} = 23{,}86^o$

$c = 7{,}58cm;\ \hat{C} = 50^o$

b) $S = \frac{1}{2} a\cdot b\cdot sen\hat{C} = \frac{1}{2} 9{,}5\cdot 4\cdot sen50^o = 14'55cm^2$